

## Hjemmeopgave 6

### Opgave 1

Angiv og begrund, hvorvidt følgende udsagn er korrekte:

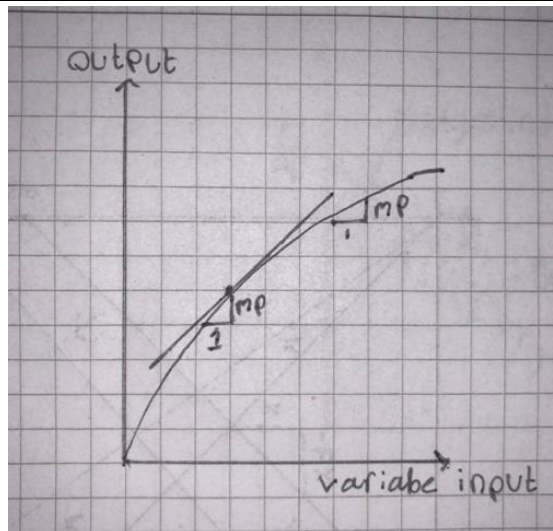
**1.1 Loven om faldende grænseprodukt implicerer, at udbudskurven på kort sigt er voksende.**

Korrekt.

Loven om aftagene grænseprodukt (marginalprodukt), kan defineres ved; Efter et givet produktionsniveau vil marginalproduktet være aftagende ved yderligere produktionsstigninger.

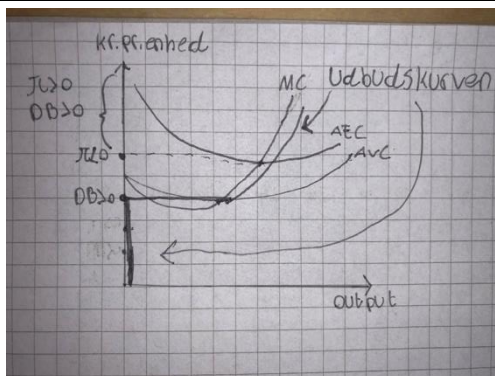
Når produktionsfaktor øges, vil produktions-forøgelsen blive mindre grundet de faste produktionsfaktorer lægger visse begrænsninger på mulighederne for at udnytte den ekstra mængde input, som også illustreres i figur 1. Dermed ville udbudskurven på kort sigt være voksende, som også ses i figur 1,1, hvor MC-kurven afspejler udbudskurven.

Figur 1: Skitse af aftagene grænseprodukt



Anm: Grænseproduktet er lig tangenthældningen på kurven.

Figur 1.1: Skitse af den Individuelle udbudskurve på kort sigt



Anm: Udbudskurven er givet ved den del af MC-kurven, som ligger over AVC-kurven.

### 1.2 Konstant skalaafkast betyder, at en fordobling af alle inputs giver en fordobling af output.

Korrekt.

Konstant skalaafkast angiver; x pct. Inputforøgelse øger output med netop x pct.

Intuition: Ændring i inputs giver tilsvarende ændring i output.

### 1.3 Stordriftsfordele (stigende skalaafkast) implicerer, at LRAC-kurven er stigende.

Forkert.

Stigende skalaafkast handler om, at når output forøges med mere end x procent, medfører det at LRAC-kurven falder med antallet af produceret enheder. For eksempel på grund af stordriftsfordele og gevinster ved specialisering.

## Opgave 2

En virksomhed producerer output  $Q \geq 0$  fra inputs af maskiner og arbejdskraft, hhv.  $K \geq 0$  og  $L \geq 0$ . Produktionsfunktionen, som udtrykker, hvor meget output  $Q$ , der kan fås ud af givne input mængder  $K$  og  $L$ , er  $Q = F(K, L) = \sqrt{K} \cdot \sqrt{L} = \sqrt{KL}$ .

2.1 Betragt bestemte inputmængder  $K^0$  og  $L^0$ , hvor output er  $Q^0 = f(K^0, L^0) = \sqrt{K^0} \cdot \sqrt{L^0}$ .

Antag begge inputmængder fordobles til hhv.  $2K^0$  og  $2L^0$ . Giver dette også dobbelt så meget output, altså  $2Q^0$ . Hvilken slags skalaafkast gælder?

Hvis  $K$  og  $L$  fordobles til hhv.  $2K^0$  og  $2L^0$  så vil det medføre dobbelt så meget output altså  $2Q^0$ .

Grundet at  $Q = \sqrt{KL}$  vil blive dobbelt så stor hvis du ganget både  $K$  og  $L$  med 2.

Altså  $\sqrt{2K \cdot 2L} = 2Q$ . Dvs. at når inputtet forøges med x procent vil outputtet øges med netop x procent, hvilket betyder konstant skalaafkast.

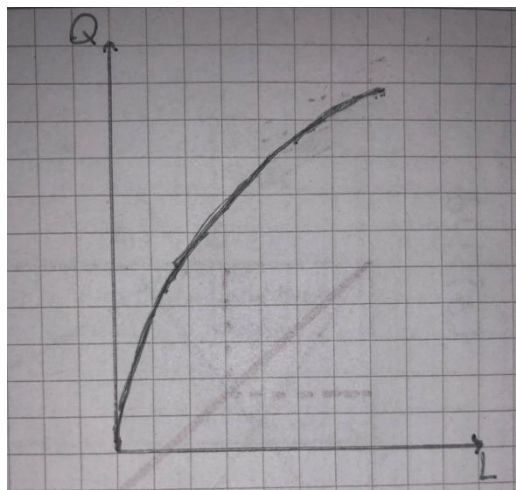
Eksempel:  $K=1$  og  $L=2 \rightarrow \sqrt{1 \cdot 2} = 1,41$  og hvis  $K$  og  $L$  fordobles får vi følgende:  $\sqrt{2 \cdot 4} = 2,82$

Det er nu vist at når inputmængden fordobles, vil outputmængden også fordobles.

På kort sigt ligger  $K$  fast på et bestemt niveau,  $\bar{K} > 0$ . De to inputs købes af virksomheden til priser på hhv.  $r > 0$  og  $w > 0$ . Disse er givne for virksomheden (og opgjort som fuld alternativomkostning). Omkostningen ved at bruge  $K$  enheder maskine er altså  $rK$ , og ved at bruge  $L$  enheder arbejdskraft er den  $wL$ .

2.2 På kort sigt gælder jo  $K = \bar{K}$ . Skitsér produktionen  $Q$  som funktion af arbejdsinput  $L$  på kort sigt, dvs. tegn funktionen  $Q = f(\bar{K}, L) = \sqrt{\bar{K}} \cdot \sqrt{L}$  for givet  $\bar{K}$  i et diagram med  $L$  ud ad førsteaksen og  $Q$  op ad andenaksen. [Det er fint med en 'principskitse', der blot illustrerer kurvens udseende og bøjning - det behøver ikke være en nøjagtig figur]. Gælder loven om faldende grænseprodukt for arbejdskraft? Hvis ja, gælder den fra et vist niveau af brug af arbejdskraft, eller gælder den overalt?

Figur 2: Skitse af produktionen  $Q$  som funktion af arbejdsinput  $L$  på kort sigt.



Figur 2 illustrerer loven om aftagende grænseprodukt hele vejen af funktionen  $Q = f(\bar{K}, L)$ .

Givet de følgende mængder af øvrige inputs, vil grænseproduktet være aftagende hele vejen. Altså, når én produktionsfaktor øges og de øvrige holdes fast, vil outputforøgelsen per enhed efterhånden blive mindre, grundet de faste mængder af de øvrige produktionsfaktorer vil lægge begrænsninger

på mulighederne for at udnytte ekstra mængde af det ene input.

Loven om aftagende grænseprodukt gælder for arbejdskraft, og på kort sigt vil loven altid sætte sig igennem, fordi mindst en faktor er fast. Dermed gælder den overalt, som også kan ses via figur 2, eftersom grafen er en potensfunktion. Dvs. hver gang vi går 1 hen ad x-aksen aftager grafen.

**2.3 Vis at for givet  $\bar{k}$  er den mængde arbejdskraft  $L(Q)$ , der kræves for at producere  $Q$  enheder output:  $L(Q) = \frac{1}{K} Q^2$ .**

Vi ved at:  $Q = \sqrt{KL} \Leftrightarrow Q^2 = K \cdot L \Leftrightarrow L = \frac{Q^2}{K} \Leftrightarrow L(Q) = \frac{1}{\bar{k}} \cdot Q^2$

**2.4 Redegør for at på kort sigt er de faste omkostninger  $FC = r\bar{K}$  (uanset produktionsomfang), mens de variable omkostninger som funktion af produktionen er:**

$$VC(Q) = \frac{w}{\bar{K}} Q^2$$

Faste omkostninger angiver den samlede pris på de inputs, der er faste på kort sigt - uafhængige af produktionsniveauet. Dermed fik vi angivet at  $\bar{K}$  er lig faste inputs på kort sigt og  $r$  er lig fast input. Desuden var omkostningen ved at bruge  $K$  enheder maskine er altså  $rK$ . Det betyder altså at på kort sigt er de faste omkostninger lig  $FC = r\bar{K}$ , da  $K = \bar{K}$  på kort sigt.

De variable omkostninger som funktion af produktionen er  $VC(Q) = \frac{w}{\bar{K}} Q^2$ . De variable omkostninger  $VC$ , angiver for et bestemt output, samlet pris på den omkostningsminimerende kombination af variable inputs givet de faste inputs - variere med produktionen.

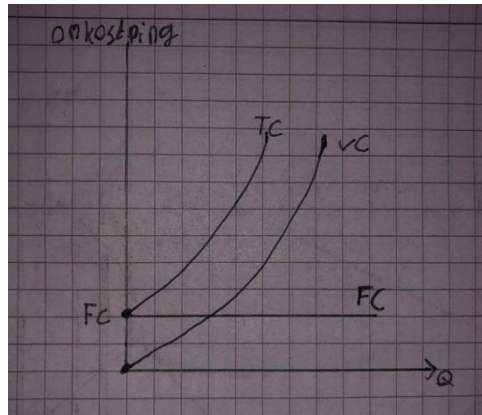
$VC$  er fundet ved følgende ligning:  $L(Q) \cdot w = VC(Q) \rightarrow VC(Q) = w \cdot \frac{1}{\bar{k}} \cdot Q^2 \Leftrightarrow VC(Q) = \frac{w}{\bar{k}} Q^2$

**2.5 Angiv de totale omkostninger på kort sigt,  $TC(Q)$ , og skitsér  $FC$ -,  $VC$ - og  $TC$ -kurven i et diagram med  $Q$  ud ad førsteaksen og omkostninger op ad andenaksen [principskitse]. Forklar baggrunden for at  $VC$ - og  $TC$ -kurven bøjer, som de gør.**

$TC(Q)$  angiver samlet pris på alle inputs, der medgår til bestemt produktion, både faste og variable.

Sammenhængen er:  $TC(Q) = VC(Q) + FC \Leftrightarrow TC(Q) = \frac{w}{\bar{k}} Q^2 + r\bar{k}$

Figur 3: skitse af FC, VC og TC-kurven.



Både VC-, og TC-kurven er eksponentielt voksende. VC-kurven bøjer, da VC bliver påvirket af loven om aftagende grænseprodukt. Hældningen for VC bliver stejlere jo mere grænseproduktet aftager. TC-kurven bøjer også, da den følger VC-kurven. Dog starter den højere oppe, grundet de faste omkostninger.

## 2.6 Vis at de gennemsnitlige variable og totale omkostninger på kortsigter hhv.

$$AVC(Q) = \frac{w}{\bar{k}} Q \text{ og } ATC(Q) = \frac{r\bar{k}}{Q} + \frac{w}{\bar{k}} Q$$

ATC, angiver de totale omkostninger divideret med output,  $ATC(Q) = TC(Q)/Q$

$$\text{Dermed findes ATC ved: } ATC(Q) = \frac{\frac{w}{\bar{k}}Q^2 + r\bar{k}}{Q} = \frac{\frac{w}{\bar{k}}Q^2}{Q} + \frac{r\bar{k}}{Q} = \frac{r\bar{k}}{Q} + \frac{w}{\bar{k}} Q$$

AVC angiver de variable omkostninger divideret med output,  $AVC(Q) = VC(Q)/Q$

$$\text{AVC findes ved: } AVC(Q) = \frac{\frac{w}{\bar{k}}Q^2}{Q} = \frac{w}{\bar{k}} Q$$

## 2.7 Skitsér AVC- og ATC-kurven i et diagram med Q ud ad førsteaksen og gennemsnitsomkostninger op ad andenaksen [principskitse]. Forklar deres udseender.

Figur 4: skitse af AVC- og ATC-kurven



AVC-kurven vil før eller siden blive stigende, da de faste produktionsfaktorer lægger en begrænsning på yderligere produktionsudvidelser (loven om faldende grænseprodukt).

ATC er først faldende, grundet FC og siden stigende grundet VC.

AVC og ATC nærmer sig hinanden for  $Q$  gående mod uendelig.

## 2.8 Find grænse- (marginal-) omkostningen ved en produktion på $Q$ ved at differentiere

$VC(Q)$  eller  $TC(Q)$  og vis at den er:  $MC(Q) = 2 \frac{w}{\bar{k}} Q$

Forklar hvorfor det giver det samme at differentiere  $VC(Q)$  og  $TC(Q)$ .

Jeg vælger at differentiere  $VC(Q) = \frac{w}{\bar{k}} Q^2$

$$VC'(Q) = \frac{w}{\bar{k}} 2 \cdot Q \Leftrightarrow 2 \frac{w}{\bar{k}} Q$$

Det sammen gøres for  $TC(Q)$  for at vise at det giver det samme:  $TC(Q) = \frac{w}{\bar{k}} Q^2 + r\bar{k}$

$$TC'(Q) = \frac{w}{\bar{k}} 2Q \Leftrightarrow 2 \frac{w}{\bar{k}} Q.$$

Grunden til at det giver samme resultat er, at MC-kurven og AVC er ens for  $Q \rightarrow 0$ , idet grænseomkostningerne og gennemsnitsomkostningerne er det samme for den først producerede enhed. MC-kurven går igennem minimum af AVC og ATC. Fordi, så længe  $MC < AVC$ , må AVC være aftagende, og så længe  $MC > AVC$ , må AVC være voksende. Dermed giver det samme resultat at differentiere  $VC(Q)$  og  $TC(Q)$

## 2.9 Antag i dette delspørgsmål at $w = \bar{K} = 1$ . Hvad er da grænseomkostningen

ved produktionsniveauet  $Q=10$ , altså  $MC(10)$ ? Beregn de variable omkostninger ved

produktionsniveauer på hhv. 10 og 11, altså  $VC(10)$  og  $VC(11)$ , samt omkostning stigningen

ved at producere 1 ekstra enhed ud fra produktionsniveauet 10, altså  $VC(11)-VC(10)$ .

**Sammenlign med den grænseomkostning du fandt før og forklar forskellen.**

Starter med at finde  $MC(10) = 2 \cdot \frac{1}{1} \cdot 10 = 20$

Dermed beregner jeg VC ved produktionsniveauer på hhv. 10 og 11.

$$VC(10) = \frac{1}{1} 10^2 = 100$$

$$VC(11) = \frac{1}{1} 11^2 = 121$$

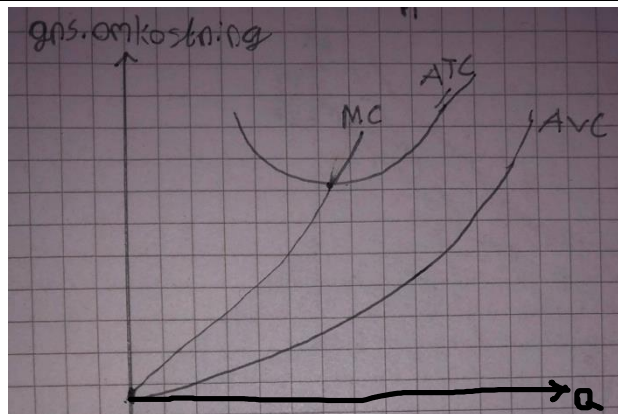
Nu beregner jeg omkostningsstigningen ved at producere en ekstra enhed ud fra produktionsniveauet ud fra følgende regnestykke:  $VC(11)-VC(10)$

$$121 - 100 = 21$$

Dvs. at grænseomkostningen er 1 højere end den tidligere fundne grænseomkostning. Grundet at den første grænseomkostning ikke tager højde for de ekstra omkostninger der opstår ved at producere en ekstra enhed.

**2.10 Skitsér nu også MC-kurven i det diagram, hvor du allerede har tegnet AVC- og ATC-kurven. [Sørg for at få placeret kurverne rigtigt i forhold til hinanden]. Forklar i ord hvorfor MC- og AVC-kurven må ligge i forhold til hinanden, som de gør. Forklar også i ord hvorfor MC-kurven må skære op igennem ATC-kurvens minimum.**

Figur 5: Skitse af MC, - AVC, - og ATC-kurven



MC kan være faldende initialt - er det ikke nødvendigvis. MC vil før eller siden blive stigende som følge af loven om faldende grænseprodukt.

Grunden til at MC-kurven skære ATC i minimum kan også vises matematik:

$$ATC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q} \rightarrow ATC'(Q) = \frac{Q \cdot TC'(Q) - TC(Q)}{Q^2} \rightarrow Q \cdot ATC'(Q) = MC(Q) - ATC(Q)$$

$$\text{DVS. } ATC'(Q) = 0 \Leftrightarrow MC(Q) = ATC(Q)$$

## 2.12 Redegør for at virksomhedens udbudskurve, dvs. udbudt mængde $Q^S$ som funktion af

prisen  $P$ , på kortsigt er:  $Q^S = S(P) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{K}}{w} P$

Vi ved at virksomhedens udbudskurve spejler sig ad MC-kurven, der er over AVC-kurven. Grundet at virksomheden først udbyder, når virksomheden får dækket over de variable omkostninger, hvilket også er forklaret og illustreret i opgave 1 og figur 1,1. I figur 5 ses at MC er større end AVC, hvilket betyder at vi kan sætte  $p$  lig MC for at finde udbudt mængde som funktion af prisen på kort sigt.

$$P = MC = 2 \cdot \frac{w}{\bar{K}} Q \Leftrightarrow P = 2 \cdot \frac{w}{\bar{K}} Q, \text{ benytter den inverse funktion } \rightarrow \frac{P}{2} \cdot \frac{\bar{K}}{w} = Q \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{K}}{w} P = Q$$

## 2.13 Redegør for hvordan den kortsigtede udbudskurve skifter ved hhv. en stigning i $\bar{K}$ og en stigning i $w$ og forklar hvorfor.

Som vi ser i formlen ovenover for den kortsigtede udbudskurve, står  $\bar{K}$  i tælleren. Hvis  $\bar{K}$  dermed stiger, ville udbudskurven også stige. Ved en stigning i  $w$ , hvor  $w$  står i nævneren, ville en stigning i  $w$ , medfører at den kortsigtede udbudskurve ville falde.

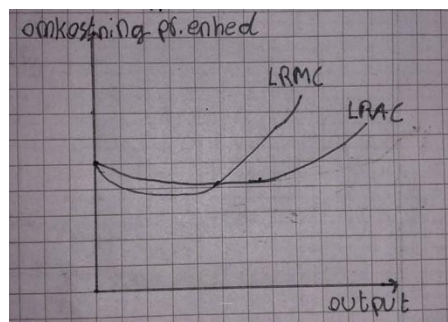
## 2.14 Se nu på langt sigt (hvor $K$ ikke ligger fast) uden brug af matematik. Forklar i ord og illustrér i principskitse hvordan virksomhedens LRAC- og LRMC-kurver ser ud. Hvordan ser udbudskurven ud på langt sigt?

Jo længere tidshorisont, jo flere inputs er variable, så jo flere inputs kan virksomheden tilpasse.

Dermed på langt sigt vil der være relativt til kort: Lavere gennemsnitsomkostninger, laver marginalomkostninger, fladere forløb for gennemsnitsomkostningerne og flader forløb for grænseomkostningerne.

Dermed vil en skitse af LRAC- og LRMC-kurverne se således ud;

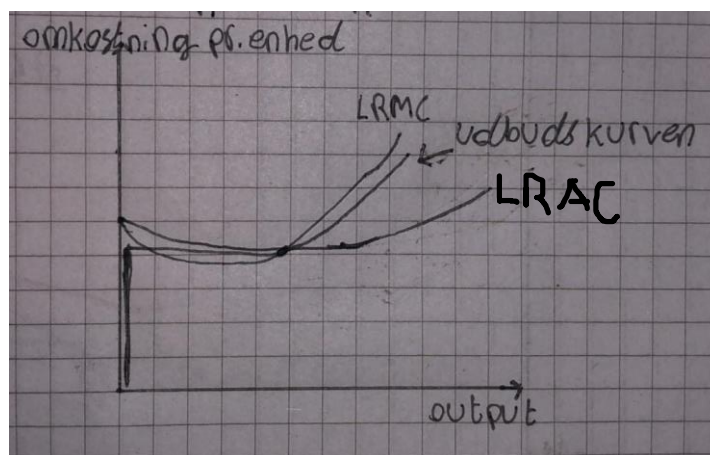
Figur 6: Skitse af LRMC- og LRAC-kurven.



Desuden gælder loven om aftagende grænseprodukt ikke på langt sigt, hvilket betyder at LRAC- og LRMC vil flade ud, som ses i ovenstående figur 6.

På langt sigt vil udbudskurven være fladere end på kort sigt, hvilket illustreres i figur 7.

Figur 7: Skitse af udbudskurven på lang sigt



Pilen viser udbudskurven som er givet ved den del af LRMC-kurven, der er over LRAC-kurven.

Det betyder at når LRAC- og LRMC-kurven flader ud, så vil udbudskurven også flade mere ud.

Grundet at virksomheden på længere sigt har tid til at justere diverse variable, så der udbydes flest mulige enheder.

Alt i alt, jo længere tidshorisont jo mere elastisk er udbudskurven.

Det vil så også siges at udbudskurven er vandret på lang sigt, da virksomheden kan nå at tilpasse sig ved  $P = \min(LRAC(Q))$  i fravær af naturlige skranker. Og på ultra-kortsigt vil udbudskurven være lodret.

**2.15 Virker det plausibelt, synes du, det du har fundet i denne opgave om udbud-skurvers udseende på kort og langt sigt?**

Jeg synes at det virker rimeligt det jeg har fundet i denne opgave omkring udbuds-kurverne på kort og langt sigt. Grundet at på langt sigt har virksomheden længere tid til at rette sig efter visse ændringer, hvilket resultere i en fladere udbudskurve, hvilket jeg synes giver god mening. Desuden har virksomheden svært ved at rette sig efter visse ændringer på kort sigt, fordi man som virksomhed ikke bare kan ændre hele produktionen på få minutter. Dermed har de en meget stejl udbudskurve, som ikke er særlig elastisk, hvilket jeg synes giver god mening.